

Aluna: **Rafaella Ferreira Nunes**  
Supervisora: **Nataliia Goloshchapova**

## **Introdução à Teoria Espectral de Grafos e Aplicações**

### **Introdução**

A Teoria dos Grafos surgiu, aproximadamente, há 250 anos, quando o matemático Leonhard Euler iniciou os seus estudos em busca de uma solução para o famoso problema das Sete Pontes de Königsberg. Neste problema, questionava-se a existência de um percurso que passasse somente uma vez por cada uma das sete pontes da cidade Königsberg. Desde então, a Teoria dos Grafos evoluiu, deixando de ser apenas o estudo de redes entendidas de modo elementar, isto é, como interconexões entre os objetos.

Ao longo dos anos, os grafos têm desempenhado diversas funções em áreas teóricas do conhecimento e em atividades humanas. Entre estes grafos, destacam-se: Grafos planares, que são grafos desenhados de forma que as arestas não se cruzam no plano; grafos de intervalo, com destaque na programação; grafos simétricos (hipercubos, sólidos platônicos e grafos presentes na Teoria dos Grupos); redes de roteamento, presentes nas redes de comunicação, e grafos computacionais, utilizados na concepção de algoritmos, simulações e modelagens.

A Teoria Espectral de Grafos, de modo especial, é o estudo de propriedades dos grafos através da análise da matriz Laplaciana ou da matriz de adjacência associadas aos grafos. Esta análise emprega, principalmente, ferramentas matemáticas herdadas da Álgebra Linear, tais como polinômio característico, autovetores e autovalores associados às matrizes. Atualmente, a Teoria Espectral de Grafos também tem forte apelo geométrico – com efeito, conceitos associados à Geometria Espectral geram resultados interessantes no estudo da Teoria Espectral de Grafos.

### **Aplicações na Ciência da Computação**

Na Ciência da Computação, a Teoria Espectral de Grafos encontra várias aplicações. Entre tais aplicações, destacam-se:

- Balanceamento de carga e redes de interconexão de multiprocessadores;
- Bancos de dados estatísticos;
- Computação Quântica;
- Mineração de dados;
- Motores de busca na Internet;
- Otimização combinatória;
- Redes complexas e topologia da Internet;
- Teoria de Controle;
- Visão computacional e processamento de imagens.

A título de exemplo, métodos de mineração de dados (em particular, o método de agrupamento espectral de grafo) aparecem em visão computacional, redes sociais e pesquisa na Internet, enquanto problemas de otimização combinatória são relevantes para mineração de dados.

## Objetivos do Trabalho de Conclusão de Curso

Através deste Trabalho de Conclusão de Curso, espera-se, a princípio, compreender os fundamentos matemáticos elementares da Teoria Espectral de Grafos. Os tópicos discutidos envolverão autovalores e matriz laplaciana de grafos, problemas isoperimétricos, diâmetros e autovalores e caminhos, fluxos e roteamento. Em seguida, de posse desta base teórica matemática, será abordada a utilização desta teoria em problemas que surgem na Ciência da Computação. A literatura a ser usada está indicada no final deste projeto.

## Cronograma

- Junho-Agosto de 2021: estudo dos conceitos teóricos principais da Teoria Espectral de Grafos.
- Agosto-Outubro de 2021: estudo das aplicações na Ciência da Computação.
- Novembro-Dezembro de 2021: elaboração do Trabalho Final.

## REFERÊNCIAS

1. B. Arsić et al., *Graph spectral techniques in Computer Sciences*, *Applicable Analysis and Discrete Mathematics*, **6**, 1–30, 2012.
2. F. Chung, *Spectral Graph Theory*, American Mathematical Society, Providence, 1997.
3. F. Chung, L. Lu, *Complex Graphs and Networks*, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2006.
4. D. Cvetković, S. Simić, *Graph Spectra in Computer Science*, *Linear Algebra and its Applications* **434** (6), 1545–1562, 2011.