

Proposta para o TCC

Partições Balanceadas de Grafos

Arthur Correia Gomes

26 de maio de 2021

1 Introdução

O foco deste projeto é o estudo de problemas sobre partição balanceada de grafos conexos.

O problema da **k -Partição Conexa Balanceada**, conhecido como BCP_k com k inteiro maior ou igual a dois é definido da seguinte maneira:

Dado um grafo conexo $G = (V, E)$ e uma função peso $w : V \rightarrow \mathbb{Z}_+$ definida sobre os seus vértices, queremos encontrar uma k -partição conexa $\{V_i\}_{i \in [k]}$ de V tal que os pesos dessas classes V_i estejam o mais balanceados possível. Uma k -partição conexa de um grafo $G = (V, E)$ é uma partição de V em k classes $\{V_i\}_{i \in [k]}$ em que cada uma dessas classes induz um subgrafo conexo de G .

Denotamos por (G, w) um par formado por um grafo conexo $G = (V, E)$ e uma função peso $w : V \rightarrow \mathbb{Z}_+$.

Podemos definir balanceamento de maneiras diferentes e com isso obter versões diferentes do problema.

Max-Min BCP_k

Dado um par (G, w) , encontrar uma k -partição conexa $\{V_i\}_{i \in [k]}$ de G que maximize o peso da classe mais leve, isto é maximizar $\min_{i \in [k]} \{w(V_i)\}$.

Min-Max BCP_k

Dado um par (G, w) , encontrar uma k -partição conexa $\{V_i\}_{i \in [k]}$ de G que minimize o peso da classe mais pesada, isto é minimizar $\max_{i \in [k]} \{w(V_i)\}$.

Quando $k = 2$ ambos os problemas são equivalentes, mas para $k \geq 3$ as soluções ótimas podem diferir.

Quando os pesos são unitários denotamos os problemas como Max-Min 1 – BCP_k e Min-Max 1 – BCP_k. Os problemas 1 – BCP_k em grafos k -conexos podem ser resolvido em tempo polinomial para alguns valores de k . É sabido que para todo $k \geq 2$, a versão de decisão do BCP_k é NP-Completo para grafos conexos [1, 2].

Aplicações em diversas áreas podem ser modeladas como uma instância do BCP_k. Alguns desses usos são nas áreas de processamento de imagens, bancos de dados, sistemas operacionais e análise de cluster.

Algoritmos exatos têm sido propostos para o BCP_k [3, 4, 5]. O nosso interesse é estudar algoritmos de aproximação para esses problemas que possam ser executados em tempo polinomial e forneçam uma garantia quanto à qualidade da solução relativamente ao valor ótimo.

2 Objetivos

O principal objetivo desse trabalho é apresentar e discutir as versões Max-Min e Min-Max do BCP_k. Além disso, mostrar alguns resultados que existem sobre aproximabilidade e inaproximabilidade, e também descrever alguns algoritmos de aproximação para o problema [6, 7, 8, 9, 10].

3 Cronograma

	Junho	Julho	Agosto	Setembro	Outubro	Novembro	Dezembro
Estudo das Referências	X	X	X	X			
Desenvolvimento da Monografia			X	X	X	X	X
Preparação dos Slides						X	X

Referências

- [1] P. Alimonti and T. Calamoneri. On the complexity of the max balance problem. In *Argentinian Workshop on Theoret. Comput. Sc. (WAIT'99)*, pages 133–138, 1999.
- [2] M.E. Dyer and A.M. Frieze. On the complexity of partitioning graphs into connected subgraphs. *Discrete Applied Mathematics*, 10(2):139–153, 1985.
- [3] Dragan Matić. A mixed integer linear programming model and variable neighborhood search for maximally balanced connected partition problem. *Applied Mathematics and Computation*, 237:85–97, 2014.
- [4] Xing Zhou, Huaimin Wang, Bo Ding, Tianjiang Hu, and Suning Shang. Balanced connected task allocations for multi-robot systems: An exact flow-based integer program and an approximate tree-based genetic algorithm. *Expert Systems with Applications*, 116:10–20, 2019.
- [5] Flávio K. Miyazawa, Phablo F.S. Moura, Matheus J. Ota, and Yoshiko Wakabayashi. Partitioning a graph into balanced connected classes: Formulations, separation and experiments. *European Journal of Operational Research*, 293(3):826–836, 2021.
- [6] Janka Chlebíková. Approximating the maximally balanced connected partition problem in graphs. *Information Processing Letters*, 60(5):225–230, 1996.

- [7] Bang Ye Wu. Fully polynomial-time approximation schemes for the max-min connected partition problem on interval graphs. *Discrete Mathematics, Algorithms and Applications*, 04(01):1250005, 2012.
- [8] Yong Chen, Zhi-Zhong Chen, Guohui Lin, Yao Xu, and An Zhang. Approximation algorithms for maximally balanced connected graph partition. Unpublished: arXiv:1910.02470v1.
- [9] Guanting Chen, Yong Chen, Zhi-Zhong Chen, Guohui Lin, Tian Liu, and An Zhang. Approximation algorithms for the maximally balanced connected graph tripartition problem. *Journal of Combinatorial Optimization*, 2020. online version.
- [10] Frédéric Chataigner, Liliane R. B. Salgado, and Yoshiko Wakabayashi. Approximation and inapproximability results on balanced connected partitions of graphs. *Discrete Mathematics & Theoretical Computer Science*, 9(1), 2007.