Teoria de Jogos Imparciais

Introdução

Dentre a infinidade de jogos inventados até o momento, existem os pseudo-jogos: jogos que possuem uma estratégia para um dos jogadores, de forma que este sempre termine como vencedor, independente das jogadas de seu oponente.

Tais jogos abrem margem para esquemas fraudulentos para ganhar uma aposta facilmente, por exemplo. Na cultura pop, o jogo do Nim, um dos mais famosos jogos do tipo, foi apresentado no filme *L'année dernière à Marienbad*, de Alain Resnais (foto abaixo).

Objetivos

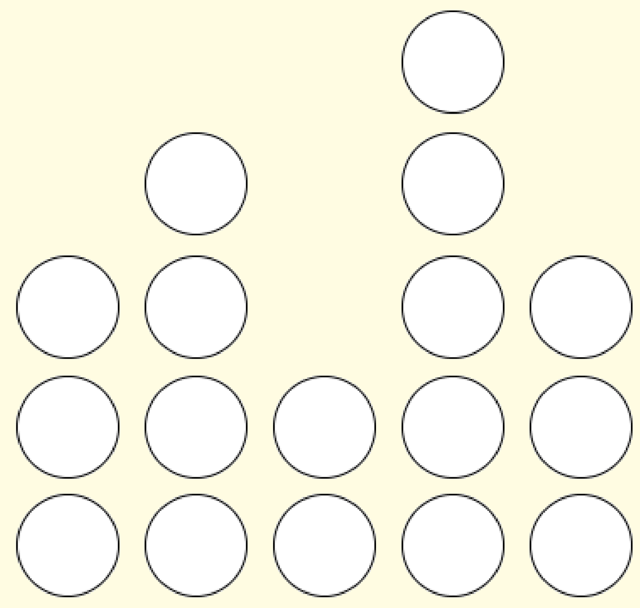
Analisar diversos jogos do ponto de vista da existência de estratégias para um dos jogadores e estudar a matemática por trás de tais jogos.

Jogos Imparciais

Os pseudo-jogos estudados são imparciais. Mas o que são jogos imparciais?

- São jogados entre dois jogadores que se alternam entre suas jogadas;
- Existe um número finito de posições possíveis durante o jogo, e uma posição inicial;
- Existem regras definidas que descrevem os movimentos que um jogador pode fazer a partir de uma posição para chegar em outra;
- As regras são tais que, em algum momento, um dos jogadores não poderá efetuar mais movimentos (o jogo é finito);
- Ambos os jogadores sabem de todos os detalhes do jogo a todo momento, isto é, o jogo é de informação completa (não há informações privadas);
- Não existem fatores aleatórios, como por exemplo jogar dados, embaralhamento, etc;
- Todos os movimentos podem ser feitos pelos dois jogadores, isto é, não existem movimentos que apenas um dos jogadores pode efetuar;
- Aquele que não puder efetuar um movimento perde.

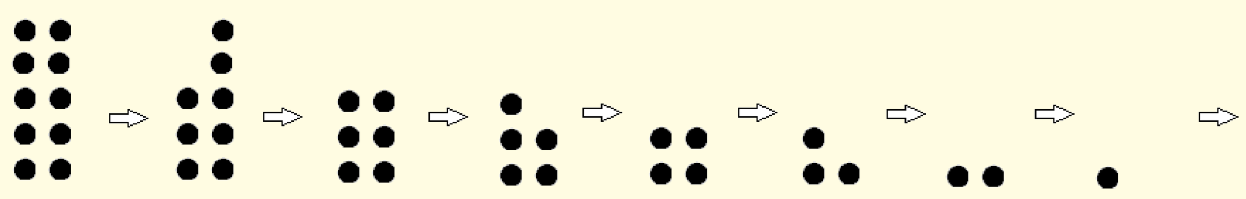
O Jogo do Nim



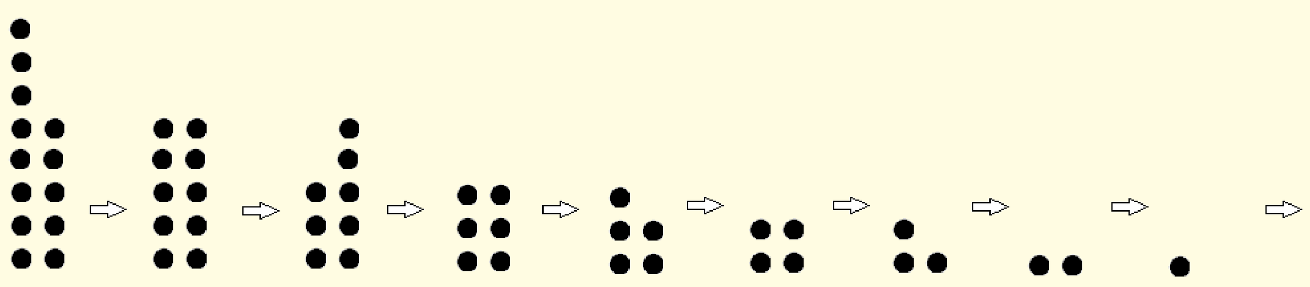
O jogo do Nim consiste em um número arbitrário de pilhas, cada pilha com um número arbitrário de pedras, inicialmente. Dois jogadores se revezam escolhendo uma pilha e removendo quantas pedras desejar de tal pilha. O vencedor é aquele que remover a última pedra do jogo.

Estratégias

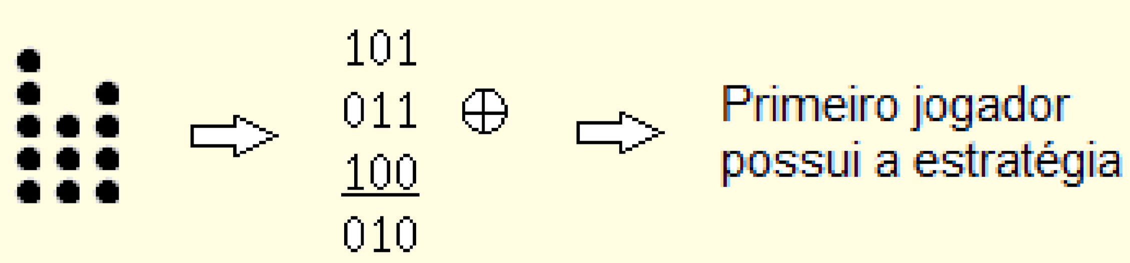
O jogo do Nim possui uma estratégia para algum dos dois jogadores, de forma que este jogador sempre vença. Por exemplo, com duas pilhas com o mesmo número de pedras, o jogo possui uma estratégia para o segundo jogador conhecida como estratégia do espelhamento: espelhar a jogada do primeiro jogador, mas na outra pilha.



Com duas pilhas com números diferentes de pedras, o jogo possui uma estratégia para o primeiro jogador: deixar as pilhas com o mesmo tamanho na primeira jogada, e seguir a estratégia do espelhamento mencionada acima.



Com três pilhas ou mais, a determinação da estratégia fica um pouco mais complexa: o primeiro jogador possui a estratégia, se e somente se, o XOR dos números de pedras é diferente de zero.



Referências

Aaron N. Siegel. Combinatorial Game Theory. Number 146 in Graduate Studies in Mathematics. American Mathematical Society.

Mais informações

https://linux.ime.usp.br/~enzo/mac0499/

Enzo Hideki Nakamura - Orientador: José Coelho de Pina
enzo.nakamura@usp.br
Departamento de Ciência da Computação — Universidade de São Paulo