Revisão de Crença em Lógica de Horn

Heitor Reis Ribeiro

MONOGRAFIA APRESENTADA
AO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DA
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
PARA
OBTENÇÃO DO TÍTULO
DE
BACHAREL EM CIÊNCIAS DA COMPUTAÇÃO

Orientadora: Prof. Dra. Renata Wassermann

São Paulo, outubro de 2015

Agradecimentos

Espaço reservado

Resumo

Revisão de crenças é uma área de pesquisa que estuda as mudanças aplicáveis ao estado epistêmico de um agente racional. Tal estado pode ser representado de diversas maneiras, sendo que a empregada pelo método mais difundido consiste de um conjunto logicamente fechado de sentenças utilizando uma lógica proposicional clássica[AGM85]. Esta abordagem possui uma série de caracterizações formais que definem as operações que podem ser aplicadas a esse estado epistêmico, porém necessitam de que a representação deste esteja de acordo com suas suposições, o que não inclui algumas lógicas não clássicas. Este trabalho compara a aplicabilidade dessa abordagem à lógica de Horn através de testes com o framework bcontractor[Lun13] e com a abordagem baseada em consistência criada por James P. Delgrande[DS03].

Palavras-chave: Revisão de crença, Lógica, Horn.

Sumário

1	Introdução	1
2	Fundamentos	3
2.1	Linguagem Lógica	3
2.1.1	Sintaxe	3
2.1.2	Operador de Consequência	4
2.2	Revisão de Crenças	5
2.2.1	Representação do Estado Epistêmico	5
2.2.2	Mudança de Crenças	6
3	Aplicabilidade do modelo AGM para a Lógica de Horn	9
3.1	O conceito de compatibilidade AGM	9
3.2	Considerações preliminares sobre a lógica de Horn	9
4	Implementação	11
4.1	Bcontractor: aspectos gerais	11
4.2	O algoritmo de Delgrande e COBA 2.0	11
5	Conclusões	13
	Referências Bibliográficas	15

Capítulo 1

Introdução

Na área de Inteligência Artificial, existe o conceito de um agente que é descrito em [RN03] como algo que pode perceber o seu ambiente e atuar nele. Com isso, considera-se um agente racional um subtipo de agente que age para obter o melhor resultado, mesmo com incertezas sobre o ambiente em que está situado. Tal definição permite a definição de vários tipos de agente, sendo que este trabalho irá se utilizar de tal definição referindo-se a um agente baseado em conhecimento.

O componente principal de um agente baseado em conhecimento é a representação deste, o que pode ser obtido com um conjunto logicamente aberto (base de crenças / *Knowledge Base*) ou fechado (conjunto de crenças / *Knowledge Set*) de sentenças. Este conjunto caracteriza o estado epistêmico do agente. Algo que pode ser alterado através das interações dele com o ambiente. Tais alterações podem incorporar novas crenças (*Expansão*), removê-las (*Contração*) ou adicioná-las mantendo a consistência lógica do conjunto (*Revisão*). A área de Representação de Conhecimento que estuda estas operações sobre o estado epistêmico de um agente racional é denominada Revisão de Crenças.

Nesta área, uma das formas mais difundidas de se caracterizar tais operações é através de uma representação formal destas, em que a forma mais difundida de realizar isso é através de postulados de racionalidade, que são o principal resultado do artigo publicado por Alchourrón, Gärdenfors e Makinson (AGM)[AGM85]. Nele, são formalmente definidas as consequências formais para as descritas operações epistêmicas através dos chamados *postulados AGM*. Com essas definições, tornou-se possível a construção formal destas operações, dado que estas restrinjam-se às suposições descritas no artigo (*chamadas de suposições AGM*).

Por estas restrições não se aplicarem a todas as lógicas (especificamente algumas lógicas de descrição), foram feitos trabalhos focados em prover uma caracterização formal alternativa ou verificar a aplicabilidade dos postulados a estes tipos de lógica. Um destes trabalhos originou um *framework* capaz de suportar construções independentes das operações de forma a facilitar a comparação entre as diferentes implementações delas: O *bcontractor* [Lun13].

A partir deste *framework*, pôde-se comparar diferentes implementações dos algoritmos mais difundidos de contração e revisão de crenças e, a partir disso, obter uma base de testes para comparação de novas implementações destas operações. Com isso, foi criado um novo programa para realizar uma comparação entre os métodos anteriores aplicados à lógica de Horn e a abordagem de mudança de crenças baseada em consistência¹ apresentada por Delgrande e Schaub [DS03].

Este trabalho se iniciará com uma breve introdução dos fundamentos da teoria de Revisão de Crenças, seguindo a abordagem AGM e explicando seus postulados (Capítulo 2), para depois mostrar como estes postulados não se aplicam à lógica de Horn (capítulo 3) e explicar as construções utilizadas para realizar os experimentos (Capítulo 4), concluindo com a comparação dos resultados desses com os resultados obtidos pelo *bcontractor* (Capítulo 5).

¹Tradução livre de *consistency-based approach for belief change*

Capítulo 2

Fundamentos

Para ser iniciada a explicação das implementações e construções sobre revisão de crenças, é necessário explicar os termos e regras que serão utilizados nas próximas seções.

2.1 Linguagem Lógica

Uma linguagem que pode ser usada para a representação de conhecimento é a lógica proposicional clássica (*LPC*), formada por sentenças que representam as próprias crenças (ou conhecimentos). O conjunto de todas essas sentenças é chamado de *Linguagem* da lógica, que será representado por L .

2.1.1 Sintaxe

A sintaxe da lógica define as fórmulas bem formadas ou sentenças que pertencem a ela[RN03]. Para isso, existem dois tipos de sentenças:

- **Sentenças atômicas** consistem de um único símbolo proposicional representando uma proposição que pode ser *verdadeira* ou *falsa*. Tais símbolos serão representados como letras minúsculas. Além disso, dois símbolos especiais serão separados pois seu significado é fixo: Um indicando uma proposição sempre verdadeira: $\top$; e outro para uma proposição sempre falsa: $\perp$;
- **Sentenças complexas** são construídas a partir das Sentenças atômicas utilizando conectivos lógicos.

Os conectivos lógicos são descritos a seguir em sua ordem de precedência:

- $\neg$: Símbolo representando a negação de uma sentença. Com isso, define-se um *literal* como uma sentença atômica (por exemplo, p , denominando-se um literal positivo), ou uma sentença atômica negada (por exemplo, $\neg q$, denominando-se um literal negativo);
- $\wedge$: Símbolo representando a conjunção de sentenças;
- $\vee$: Símbolo representando a disjunção de sentenças;
- $\Rightarrow$: Símbolo representando a implicação de sentenças;
- $\Leftrightarrow$: Símbolo representando a equivalência entre sentenças.

Com isso, obtém-se uma definição formal da Linguagem:

Dado um conjunto de símbolos proposicionais $\mathbb{P} = \{a, b, c, \dots\}$, a linguagem L será o menor conjunto que satisfaz:

1. $\mathbb{P} \cup \{\top, \perp\} \subseteq L$
2. $\forall \alpha, \beta : \alpha, \beta \in L \rightarrow \alpha \wedge \beta, \alpha \vee \beta, \alpha \Rightarrow \beta, \alpha \Leftrightarrow \beta, \neg \alpha \in L$

2.1.2 Operador de Consequência

Uma vez definida a lógica, é possível definir uma função importante para as futuras definições em conjuntos de crença: o operador de consequência. Para a definição deste, primeiramente é definido o conceito de modelo:

Dado um conjunto de símbolos proposicionais $\mathbb{P} = \{a, b, c, \dots\}$, um modelo é um conjunto de funções do tipo $f : \mathbb{P} \rightarrow \{0, 1\}$ denominadas *valorações*.

Com esta definição, obtemos o conceito de satisfazibilidade:

Dada uma valoração f , dizemos que f satisfaz uma fórmula atômica $p \leftrightarrow f(p) = 1$, o que será representado por $\models_f p$

Através da definição acima, temos a relação de satisfazibilidade para qualquer tipo de sentença complexa em L :

Dada uma valoração f e $\forall \alpha, \beta : \alpha, \beta \in L$:

- $\models_f \top$;
- $\not\models_f \perp$;
- $\models_f \neg \alpha \leftrightarrow \not\models_f \alpha$;
- $\models_f \alpha \wedge \beta \leftrightarrow \models_f \alpha$ e $\models_f \beta$;
- $\models_f \alpha \vee \beta \leftrightarrow \models_f \alpha$ ou $\models_f \beta$;
- $\models_f \alpha \Rightarrow \beta \leftrightarrow \models_f \neg \alpha$ ou $\models_f \beta$.

Utilizando as relações de satisfazibilidade, percebe-se que cada sentença poderá ter diferentes conjuntos de valorações para os quais a sentença será satisfazível.

Dado $\mathbb{M}$ o conjunto dos modelos em L :

- Dada $\alpha \in L$. Se, para cada símbolo proposicional $p \in \mathbb{P}$ pertencente à sentença α , temos um modelo $m \in \mathbb{M}$ tal que para cada valoração $f \in m$, $f(p) = x \in \{0, 1\}$, então dizemos que m é um modelo de α ;
- Dado $S = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$, um conjunto de sentenças com $\alpha_i \in L \forall i$, e considerando-se $F = \{m_i \in \mathbb{M}\}$ um conjunto dos modelos para a sentença α_i , define-se G como um modelo para S satisfazendo $G = \bigcap_{i=1}^n m_i$;
- Uma sentença ou conjunto de sentenças é dita (o) satisfazível em $\mathbb{M}$ se existe ao menos um modelo para ela (e) em $\mathbb{M}$;

- Uma sentença ou conjunto de sentenças é dita (o) válida (o) em $\mathbb{M}$ se todos os modelos em $\mathbb{M}$ são modelos para ela (e).

Finalmente, é dada a definição do operador de consequência:

Dado $A = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n : \alpha_i \in L \forall i\}$, F o conjunto de modelos para A , $G(x)$ um operador que retorna os modelos para a sentença x , ou seja, $G(A) = F$:

$$Cn(A) = \{\alpha \in L : F \subseteq G(\alpha)\}$$

Um operador de consequência definido desta maneira satisfaz as seguintes propriedades:

Dados A e B dois conjuntos de sentenças em L :

- *monotonicidade*: se $A \subseteq B \rightarrow Cn(A) \subseteq Cn(B)$
- *inclusão*: $A \subseteq Cn(A)$
- *idempotência*: $Cn(A) = Cn(Cn(A))$

Uma lógica cujo operador de consequência satisfaz as três propriedades acima é denominada *tarskiana*.

2.2 Revisão de Crenças

Dada a definição de linguagem lógica na seção anterior, é necessário definir como será representado o estado epistêmico do agente para as definições que virão a seguir. Tal representação inicial será baseada na abordagem AGM[AGM85], inclusive para atingir uma maior clareza nas definições das operações e dos postulados que as restringe para, então, mostrar as modificações feitas para sua adequação em uma lógica não clássica como a de Horn.

2.2.1 Representação do Estado Epistêmico

A abordagem AGM utiliza o conceito de conjuntos de crenças (*belief sets*) para representar exatamente as sentenças que são aceitas pelo agente no estado atual[GÄI88]. As sentenças devem ser representadas de acordo com uma lógica específica:

Define-se uma lógica como um par $\langle L, Cn \rangle$ em que L é uma linguagem lógica e Cn um operador de consequência em L . Para $\langle L, Cn \rangle$ ser utilizada na abordagem AGM, ela deve satisfazer as *suposições AGM*:

- L deve ser fechada pelos conectivos lógicos convencionais ($\wedge, \vee, \Rightarrow$ e $\neg$);
- (tarskianidade) $\langle L, Cn \rangle$ deve ser tarskiana;
- (compacidade) $\alpha \in Cn(K) \rightarrow \exists K' \subseteq K$ finito, tal que $\alpha \in Cn(K')$
- (dedução) $\alpha \in Cn(K) \leftrightarrow \beta \rightarrow \alpha \in Cn(K)$
- (supra-classicalidade) Toda consequência da lógica proposicional clássica (LPC) é consequência de $\langle L, Cn \rangle$

Dadas as suposições, é utilizada esta lógica $\langle L, Cn \rangle$ para se definir os conjuntos de crença:

Um conjunto de crenças $K = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots : \alpha_i \in L \forall i\}$ é um conjunto logicamente fechado de sentenças em L , ou seja, $K = Cn(K)$;

Adicionalmente, define-se a relação de *inferência* entre conjuntos de crença por[Flo06]: $K \vdash X \leftrightarrow X \subseteq Cn(K)$.

Através desta definição, é possível classificar uma atitude epistêmica para cada sentença $\alpha \in L$:

- α é aceita: Significando que $\alpha \in K$;
- α é rejeitada: Significando que α é inconsistente com K , por exemplo se $\neg\alpha \in K$;
- α é indeterminada: Significando que $\alpha \notin K$ e $\neg\alpha \notin K$

Uma mudança de crença atuando sobre o conjunto K em relação a uma sentença α mudará a atitude epistêmica do agente sobre esta sentença de uma das três listadas acima para outra.

2.2.2 Mudança de Crenças

Expansão:

Para um conjunto de crenças K , a expansão por uma sentença α será denotada por $K + \alpha$. Os postulados para expansão, utilizando o exemplo descrito, são:

1. $K + \alpha$ é um conjunto de crenças, particularmente: $K + \alpha = Cn(K + \alpha)$;
2. $\alpha \in K + \alpha$;
3. $K \subseteq K + \alpha$;
4. $\alpha \in K \rightarrow K = K + \alpha$;
5. Dado H um conjunto de crenças, $K \subseteq H \rightarrow K + \alpha \subseteq H + \alpha$;
6. $\forall$ conjunto de crenças K e $\forall \alpha \in L$, $K + \alpha$ é o menor conjunto de crenças que satisfaz os postulados de 1 a 6.

Através dos postulados descritos acima, é possível obter como resultado o *teorema de representação* para a expansão, pelo fato de poder-se obter uma definição explícita desse processo[GÃI88]

Teorema de representação para a Expansão: A função de expansão $+$ satisfaz os postulados de 1 a 6 para a expansão se e somente se $K + \alpha = Cn(K \cup \{\alpha\})$

Contração:

Para um conjunto de crenças K , e contração por uma sentença α será denotada por $K - \alpha$. O resultado da contração tornará α indeterminada em K . Os postulados para contração, utilizando o exemplo descrito, são:

1. (*fecho*): $K - \alpha = Cn(K - \alpha)$;
2. (*sucesso*): $\alpha \notin Cn(\emptyset) \rightarrow \alpha \notin Cn(K - \alpha)$;
3. (*extensionalidade*): $Cn(\alpha) = Cn(\beta) \rightarrow K - \alpha = K - \beta$;
4. (*inclusão*): $K - \alpha \subseteq K$;

5. (*vacuidade*): $\alpha \notin K \rightarrow K - \alpha \subseteq K$;
6. (*recuperação*): $(K - \alpha) + \alpha = K$.

Revisão:

Para um conjunto de crenças K , a revisão por uma sentença α será denotada por $K * \alpha$. Esta operação irá adicionar α ao conjunto K e manter a consistência deste no processo. Os postulados para revisão, utilizando o exemplo descrito, são:

1. (*fecho*): $K * \alpha = Cn(K * \alpha)$;
2. (*sucesso*): $\alpha \in K * \alpha$;
3. (*inclusão*): $K * \alpha \subseteq K + \alpha$;
4. (*vacuidade*): Se $K + \alpha$ é consistente, então $K * \alpha = K + \alpha$;
5. (*consistência*): Se α é consistente, então $K * \alpha$ é consistente;
6. (*extensionalidade*): $Cn(\alpha) = Cn(\beta) \rightarrow K * \alpha = K * \beta$.

Capítulo 3

Aplicabilidade do modelo AGM para a Lógica de Horn

3.1 O conceito de compatibilidade AGM

A restrição sobre a lógica utilizada no processo de revisão de crenças já foi estudada antes por Flouris em [FPA04]. Nesse trabalho foram definidos os postulados *generalizados* para contração:

Dada uma lógica $\langle L, Cn \rangle$, um conjunto de proposições A tal que $A \subseteq L$ (ao invés de apenas uma sentença $\alpha \in L$) e um conjunto de crenças $K \subseteq L$:

K-1: Fecho : $Cn(K - A) = K - A$

K-2: Inclusão : $K - A \subseteq K$

K-3: Vacuidade : $A \notin Cn(K) \rightarrow K - A = K$

K-4: Sucesso : $A \notin Cn(\emptyset) \rightarrow A \notin Cn(K - A)$

K-5: Preservação/Extensionalidade[Rib10] : $A \notin Cn(\emptyset) \rightarrow A \notin Cn(K - A)$

K-6: Recuperação : $K \subseteq Cn((K - A) \cup A)$

Aplicados a uma lógica que satisfaz todas as suposições AGM, os postulados acima são equivalentes aos postulados originais para contração.

Flouris utilizou os postulados generalizados em seu trabalho sobre revisão de crenças em ontologias [Flo06], onde definiu o conceito de uma lógica AGM-compatível¹:

Dado um conjunto de crenças K e um operador de contração $-$ em K . K é dito um *operador de contração AGM-compatível* $\leftrightarrow -$ satisfaz os postulados AGM básicos para contração (K-1) — (K-6)

Uma lógica $\langle L, Cn \rangle$ é dita AGM-compatível se é possível definir ao menos um operador de contração AGM-compatível nela.

3.2 Considerações preliminares sobre a lógica de Horn

¹Tradução livre de *AGM-compliant logic*

Capítulo 4

Implementação

4.1 Bcontractor: aspectos gerais

4.2 O algoritmo de Delgrande e COBA 2.0

Capítulo 5

Conclusões

Referências Bibliográficas

- [AGM85] Carlos E Alchourrón, Peter Gärdenfors e David Makinson. On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions. *The journal of symbolic logic*, 50(02):510–530, 1985. [v](#), [1](#), [5](#)
- [DS03] James P Delgrande e Torsten Schaub. A consistency-based approach for belief change. *Artificial Intelligence*, 151(1-2):1 – 41, 2003. [v](#), [1](#)
- [Flo06] Giorgos Flouris. On belief change in ontology evolution. *Artificial Intelligence Communications*, 19(4):395–398, 2006. [6](#), [9](#)
- [FPA04] Giorgos Flouris, Dimitris Plexousakis e Grigoris Antoniou. Generalizing the agm postulates: preliminary results and applications. Em *NMR*, páginas 171–179, 2004. [9](#)
- [GÄI88] Peter GÄIrdenfors. *Knowledge in flux: Modeling the dynamics of epistemic states*. The MIT press, 1988. [5](#), [6](#)
- [Lun13] Renato Urquiza Lundberg. Análise empírica de algoritmos de revisão sobre bases de crenças. Dissertação (mestrado em ciência da computação), Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, 2013. [v](#), [1](#)
- [Rib10] Márcio Moretto Ribeiro. *Revisao de crenças em lógicas de descrição e em outras lógicas nao clássicas*. Tese de Doutorado, Universidade de Sao Paulo, 2010. [9](#)
- [RN03] Stuart J. Russell e Peter Norvig. *Artificial Intelligence: A Modern Approach*. Pearson Education, 2 edição, 2003. [1](#), [3](#)