

# Teoria dos jogos Algorítmica e Otimização Combinatória

Atol Fortin de Oliveira  
Orientadora: Cristina Gomes Fernandes

Instituto de Matemática e Estatística  
Universidade de São Paulo

Trabalho de Conclusão de Curso - 2009

# Problemas estudados

- Alocação de bens indivisíveis
- Leilões para publicidade associada à busca
- Casamentos estáveis \*
- Leilões combinatórios \*

# Conteúdo

- 1 Alocação de bens indivisíveis
  - Problema
  - Definições
  - Algoritmo para encontrar uma alocação estável
  - Propriedades
- 2 Leilões para publicidade associada à busca
  - Problema
  - Definições
  - Ideia do algoritmo

# O Problema da alocação de casas

- Dado um conjunto  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  de negociantes.
- Cada negociante possui uma casa inicialmente.
- Cada negociantes possui uma **ordem de preferência** sobre as casas de todos os negociantes.
- Queremos encontrar uma **alocação de casas estável**.

# Conteúdo

- 1 Alocação de bens indivisíveis
  - Problema
  - Definições
  - Algoritmo para encontrar uma alocação estável
  - Propriedades
- 2 Leilões para publicidade associada à busca
  - Problema
  - Definições
  - Ideia do algoritmo

## Ordem de preferência

- Para uma alocação  $x$  a casa alocada ao negociante  $i$  é denotada por  $x_i$ .
- $\succsim_i$  denota a ordem de preferência do negociante  $i$ .
- $a \succsim_i b$  indica que o negociante  $i$  prefere a casa  $a$  à casa  $b$ .

# Estabilidade

- Uma alocação  $x$  de casas é estável se não existe nenhum **conjunto bloqueador**.
- Dada uma alocação  $x$ , um conjunto  $S$  é bloqueador se os negociantes não concordam com a alocação.
- Ou seja, eles podem se desvencilhar do grupo inicial e conseguir uma alocação que seja melhor **para eles**.

## Exemplo

1:	1	$\gamma_1$	2	$\gamma_1$	3.
2:	1	$\gamma_2$	2	$\gamma_2$	3.
3:	2	$\gamma_3$	3	$\gamma_3$	1.

- A alocação  $t = (1,3,2)$  não é estável pois  $S = \{2\}$  é um conjunto bloqueador.
- Tomando a alocação  $p = (1,2,3)$  temos que  $p_2 \succ_2 t_2$ .

# Conteúdo

- 1 Alocação de bens indivisíveis
  - Problema
  - Definições
  - **Algoritmo para encontrar uma alocação estável**
  - Propriedades
- 2 Leilões para publicidade associada à busca
  - Problema
  - Definições
  - Ideia do algoritmo

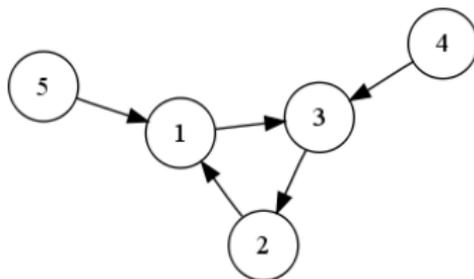
# Top Trade Cycle Algorithm TTCA

Vamos ver uma simulação do algoritmo **Top Trade Cycle**.

# Simulação

Alocação  $x = (*, *, *, *, *)$ .

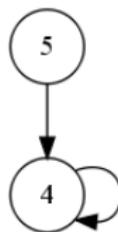
1:	3	$\succ_1$	4	$\succ_1$	5	$\succ_1$	2	$\succ_1$	1.
2:	1	$\succ_2$	5	$\succ_2$	4	$\succ_2$	3	$\succ_2$	2.
3:	2	$\succ_3$	1	$\succ_3$	5	$\succ_3$	4	$\succ_3$	3.
4:	3	$\succ_4$	2	$\succ_4$	1	$\succ_4$	5	$\succ_4$	4.
5:	1	$\succ_5$	3	$\succ_5$	2	$\succ_5$	4	$\succ_5$	5.



# Simulação

Alocação  $x = (3, 1, 2, *, *)$ .

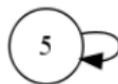
1:	3	$\succ_1$	4	$\succ_1$	5	$\succ_1$	2	$\succ_1$	1.
2:	1	$\succ_2$	5	$\succ_2$	4	$\succ_2$	3	$\succ_2$	2.
3:	2	$\succ_3$	1	$\succ_3$	5	$\succ_3$	4	$\succ_3$	3.
4:	3	$\succ_4$	2	$\succ_4$	1	$\succ_4$	4	$\succ_4$	5.
5:	1	$\succ_5$	3	$\succ_5$	2	$\succ_5$	4	$\succ_5$	5.



# Simulação

Alocação  $x = (3, 1, 2, 4, *)$ .

1:	3	$\succ_1$	4	$\succ_1$	5	$\succ_1$	2	$\succ_1$	1.
2:	1	$\succ_2$	5	$\succ_2$	4	$\succ_2$	3	$\succ_2$	2.
3:	2	$\succ_3$	1	$\succ_3$	5	$\succ_3$	4	$\succ_3$	3.
4:	3	$\succ_4$	2	$\succ_4$	1	$\succ_4$	4	$\succ_4$	5.
5:	1	$\succ_5$	3	$\succ_5$	2	$\succ_5$	4	$\succ_5$	5.



O algoritmo encontra a alocação  $x = (3, 1, 2, 4, 5)$ .

# Conteúdo

- 1 Alocação de bens indivisíveis
  - Problema
  - Definições
  - Algoritmo para encontrar uma alocação estável
  - **Propriedades**
- 2 Leilões para publicidade associada à busca
  - Problema
  - Definições
  - Ideia do algoritmo

# Propriedades

- O algoritmo encontra a alocação em tempo  $O(n^2)$ .
- A alocação encontrada é estável.
- O algoritmo é à prova de estratégia.

# Conteúdo

- 1 Alocação de bens indivisíveis
  - Problema
  - Definições
  - Algoritmo para encontrar uma alocação estável
  - Propriedades
- 2 Leilões para publicidade associada à busca
  - Problema
  - Definições
  - Ideia do algoritmo

# Leilões para publicidade associada à busca

## ● Problema do google.

Web [Imagens](#) [Vídeos](#) [Mapas](#) [Notícias](#) [Orkut](#) [Gmail](#) [mais](#) ▼ atfortin@gmail.com | [Histórico da web](#) | [Configurações](#) ▼ | [Sair](#)

**Google**   [Pesquisa avançada](#)

Pesquisar:  a web  páginas em português  páginas do Brasil

Web [Mostrar opções](#)... Resultados 1 - 10 de aproximadamente **990.000** para **Ciência da computação** (0,29 segundos)

**Ciência da Computação** [www.impacta.edu.br](#) Graduação Impacta, reconhecida pelo MEC em Tecnologia, Gestão e Design. [Link Patrocinado](#)

**Ciência da Computação**  
Inscrições abertas. Próxima prova acontecerá dia 14/11. Não Perca! [www.venus.com.br](#)  
São Paulo

**Engenharia da Computação**  
Estude no INATEL. Vestibular com inscrições abertas até 11 DEZ. [www.inatel.br/vestibular](#)  
[Veja o seu anúncio aqui >](#)

**Ciência da computação - Wikipédia, a enciclopédia livre**  
Ciência da computação é o estudo dos algoritmos, suas aplicações e de sua implementação, na forma de software, para execução em computadores eletrônicos. ...  
[História](#) - [Realizações para a sociedade](#) - [Pessoas notáveis](#)  
pt.wikipedia.org/wiki/Ciência\_da\_computação - [Em cache](#) - [Similares](#) - [Imagens](#)

**CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO - Guia do Estudante**  
Vídeo: Veja como é a rotina de um profissional de **Ciência da Computação** no Na Real -  
Teste profissional: **Ciência da Computação** combina com você? ...  
[guiaoestudante.abril.com.br/.../ciencias.../profissoes\\_271461.shtml](#) -  
[Em cache](#) - [Similares](#) - [Imagens](#)

**CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO - Guia do Estudante**  
CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO. Criar programas de informática é a principal atribuição desse profissional. Para isso, ele analisa as necessidades dos usuários. ...  
[guiaoestudante.abril.com.br/.../profissoes\\_271461.shtml](#) - [Em cache](#) - [Imagens](#)

Resultado das imagens para **Ciência da computação** - [Denunciar imagens](#)



**Ciência da Computação - Desciclopédia**  
Ciência da Computação é uma ciência que envolve coisas como calcular o tempo que leva para arrastar um ícone de um lugar para outro empurrando o mouse a uma ...  
[desciclo.pedia.ws/wiki/Ciência\\_da\\_Computação](#) - [Em cache](#) - [Imagens](#)

# Leilões para publicidade associada à busca

- Dado um conjunto  $I$  de compradores de tamanho  $n$ .
- Dado um conjunto  $J$  de itens de tamanho  $k$ .
- Dados preços mínimos  $r_{i,j}$ .
- Dados valores ideais  $v_{i,j}$ .
- Dados preços máximos  $m_{i,j}$ .
- Queremos encontrar uma **alocação ótima** de itens aos compradores.

# Conteúdo

- 1 Alocação de bens indivisíveis
  - Problema
  - Definições
  - Algoritmo para encontrar uma alocação estável
  - Propriedades
- 2 Leilões para publicidade associada à busca
  - Problema
  - Definições
  - Ideia do algoritmo

# Alocação ótima

- Uma alocação ótima deve ser viável e estável.
- Além disso, uma alocação é ótima se não existe nenhuma outra alocação (viável e estável) que deixe todos os compradores mais felizes. (sem piorar a satisfação de nenhum deles)

# Conteúdo

- 1 Alocação de bens indivisíveis
  - Problema
  - Definições
  - Algoritmo para encontrar uma alocação estável
  - Propriedades
- 2 Leilões para publicidade associada à busca
  - Problema
  - Definições
  - Ideia do algoritmo

# Ideia do algoritmo

- O algoritmo consiste em encontrar **caminhos alternantes de peso mínimo** em um grafo bipartido definido pelos compradores e pelos itens.
- O algoritmo é polinomial em  $n$  e  $k$ .
- O algoritmo encontra uma solução ótima.
- O algoritmo é à prova de estratégia.

## Finalizando

- Os algoritmos foram implementados e as propriedades garantidas por eles foram testadas e confirmadas, dentro do possível.
- Ainda falta concluir algumas provas.
- Podemos estudar as variantes e extensões de cada problema.