$\mathcal{S}$-caminhos

Marcio Takashi Iura Oshiro

Orientador: José Coelho de Pina

Universidade de São Paulo

Instituto de Matemática e Estatística

Departamento de Ciência da Computação

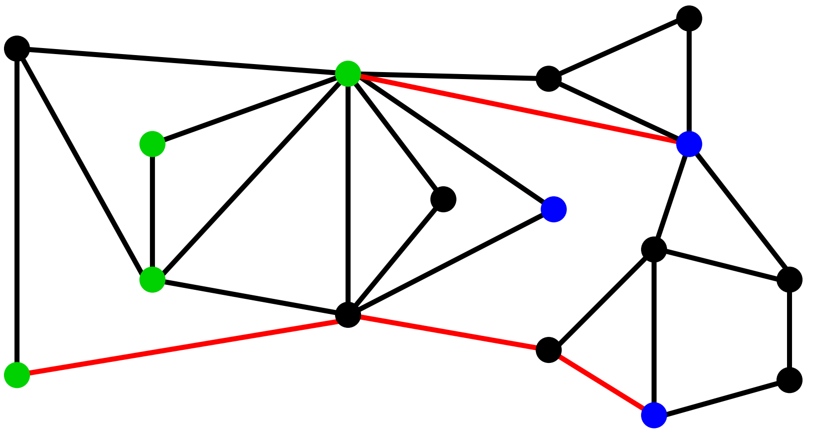
Projeto com apoio financeiro da FAPESP (processo 06/54065-2)

A iniciação científica

O que foi estudado:

- Empacotamento de $\mathcal{S}$-caminhos em grafos
  - RS-caminhos
  - Emparelhamentos
  - T-caminhos
- Relações min-max
- Algoritmos

RS-caminhos

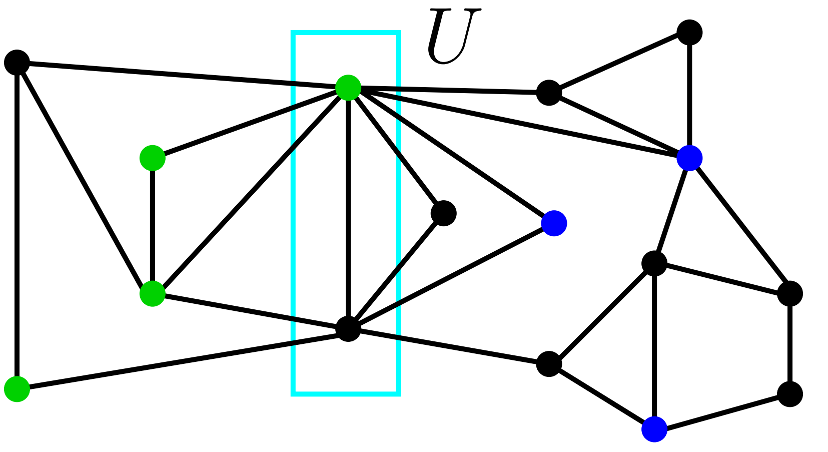


$G = (V, E)$ um grafo R, $S \subseteq V$ disjuntos

RS-caminho é um caminho com pontas em R e S

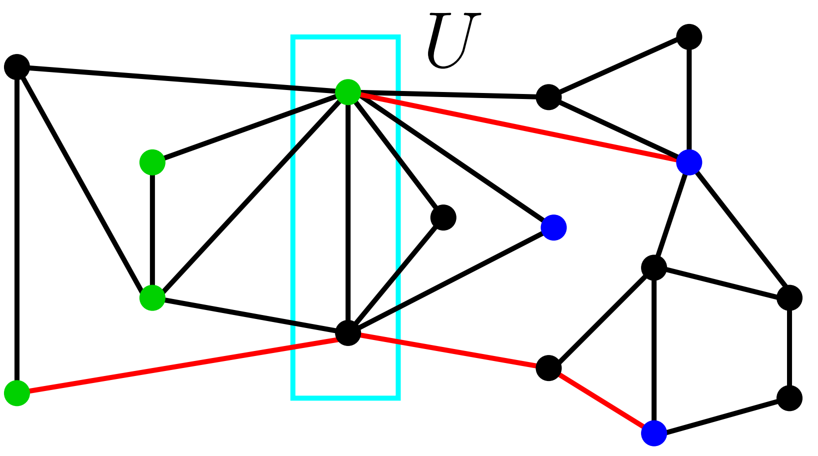
Problema: encontrar uma coleção máxima $\mathcal{P}$ de RS-caminhos disjuntos nos vértices.

Teorema de Menger



Se $U \subseteq V$ intersecta todos os RS-caminhos do grafo, então $|\mathcal{P}| \leq |U|$.

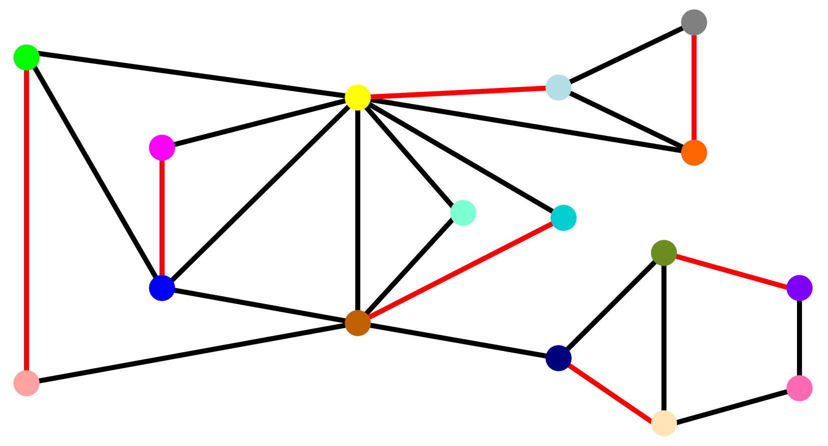
Teorema de Menger



Se $U \subseteq V$ intersecta todos os RS-caminhos do grafo, então $|\mathcal{P}| \leq |U|$.

Teorema de Menger: Se $|U|$ for mínima e $|\mathcal{P}|$ for máxima, então $|U| = |\mathcal{P}|$.

Emparelhamentos

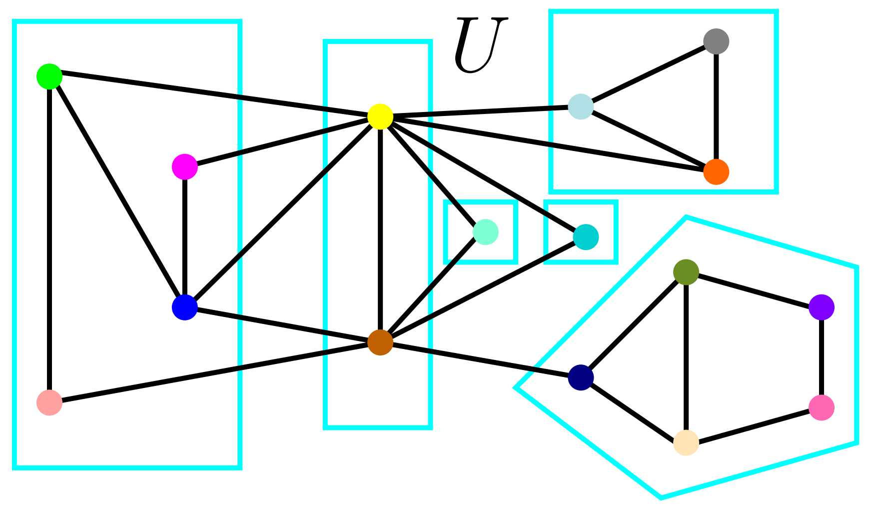


$G = (V, E)$ um grafo

Emparelhamento é um conjunto de arestas sem pontas em comum.

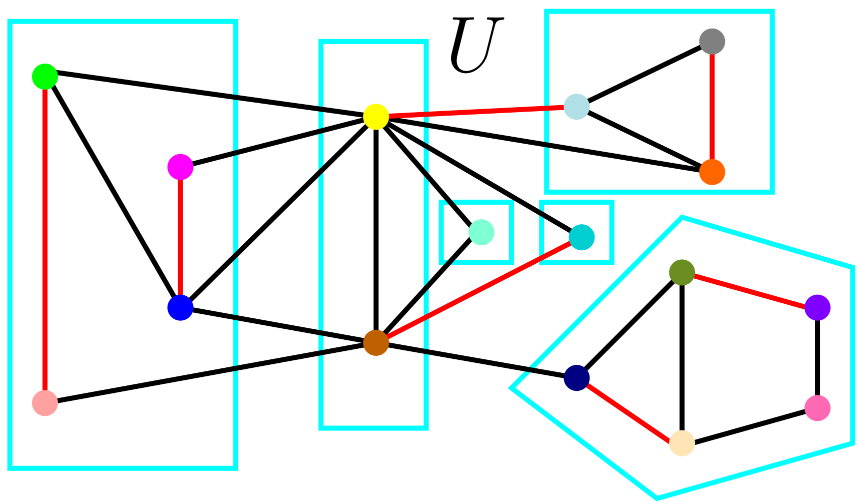
Problema: encontrar um emparelhamento máximo $\mathcal{P}$.

Teorema de Tutte-Berge



Seja $U \subseteq V$, então $|\mathcal{P}| \leq c(U) := |U| + \sum_i \left\lfloor \frac{|U_i|}{2} \right\rfloor$, onde os U_i são os conjuntos de vértices dos componentes de $G - U$.

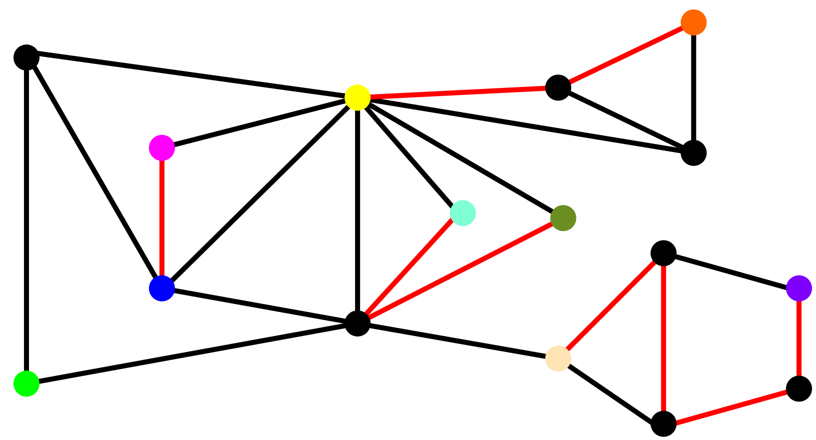
Teorema de Tutte-Berge



Seja $U \subseteq V$, então $|\mathcal{P}| \leq c(U) := |U| + \sum_i \left\lfloor \frac{|U_i|}{2} \right\rfloor$, onde os U_i são os conjuntos de vértices dos componentes de $G - U$.

Teorema de Tutte-Berge: Se $c(U)$ for mínimo e $|\mathcal{P}|$ for máxima, então $c(U) = |\mathcal{P}|$.

T-caminhos

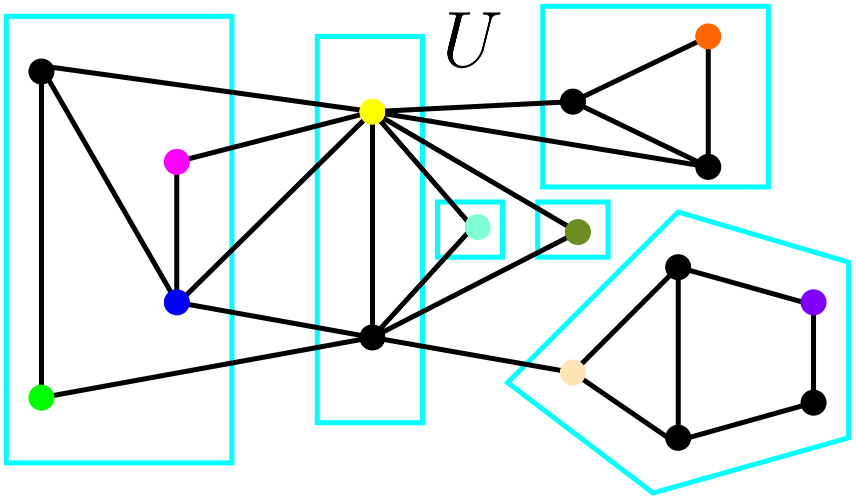


$G = (V, E)$ um grafo $\quad T \subseteq V$

T-caminho é um caminho com pontas em vértices de T.

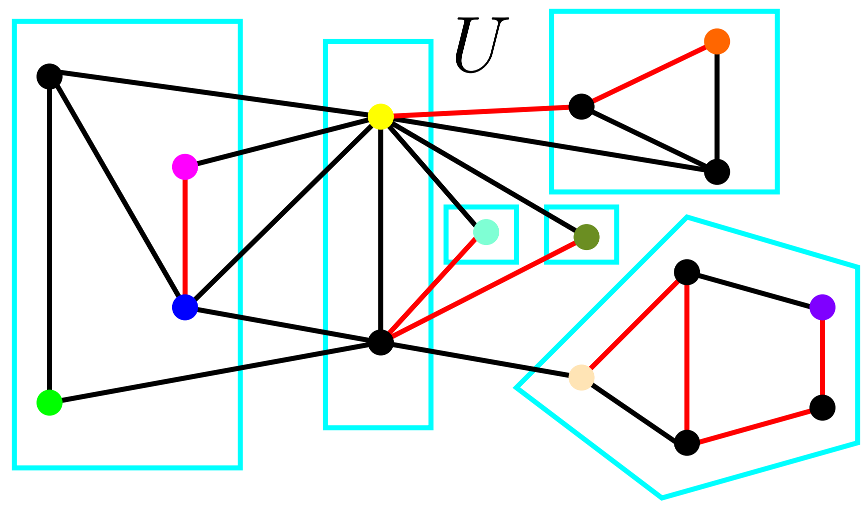
Problema: encontrar uma coleção máxima $\mathcal{P}$ de T-caminhos disjuntos nos vértices.

Teorema de Gallai



Seja $U \subseteq V$, então $|\mathcal{P}| \leq c(U) := |U| + \sum_i \left\lfloor \frac{|U_i \cap T|}{2} \right\rfloor$, onde os U_i são conjuntos de vértices dos componentes de $G - U$.

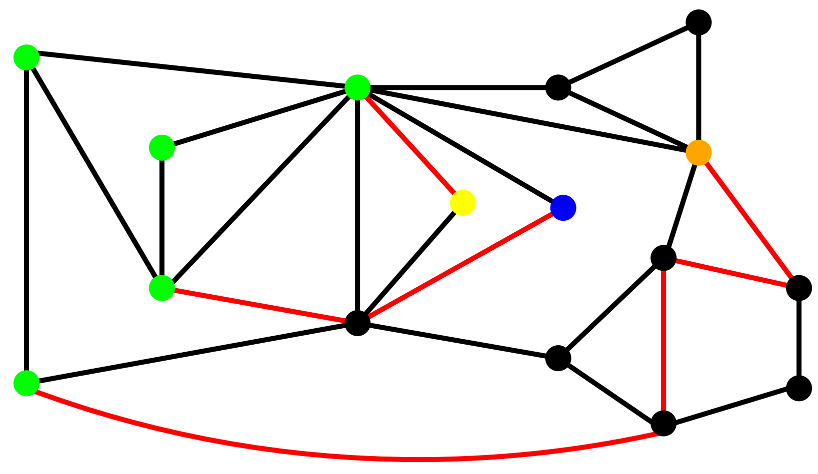
Teorema de Gallai



Seja $U \subseteq V$, então $|\mathcal{P}| \leq c(U) := |U| + \sum_i \left\lfloor \frac{|U_i \cap T|}{2} \right\rfloor$, onde os U_i são conjuntos de vértices dos componentes de $G - U$.

Teorema de Gallai: Se $c(U)$ for mínimo e $|\mathcal{P}|$ for máxima, então $c(U) = |\mathcal{P}|$.

$\mathcal{S}$-caminhos

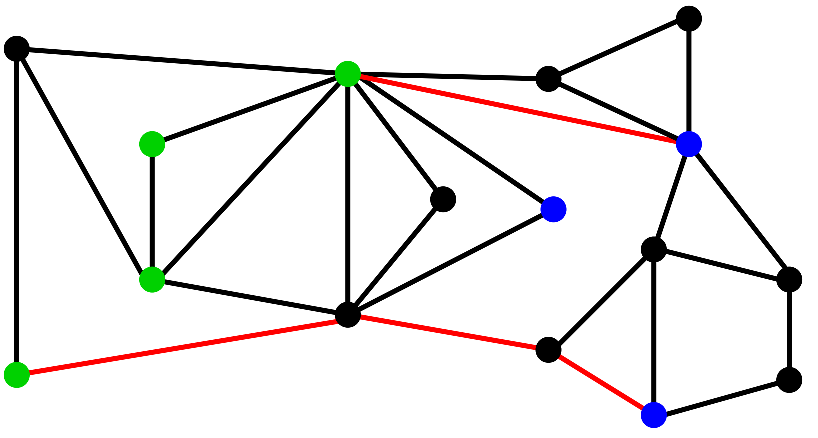


$G = (V, E)$ um grafo $\quad T \subseteq V \quad \mathcal{S}$ uma coloração de T

$\mathcal{S}$-caminho é um caminho com pontas de cores distintas.

Problema: encontrar uma coleção máxima $\mathcal{P}$ de $\mathcal{S}$-caminhos disjuntos nos vértices.

RS-caminhos

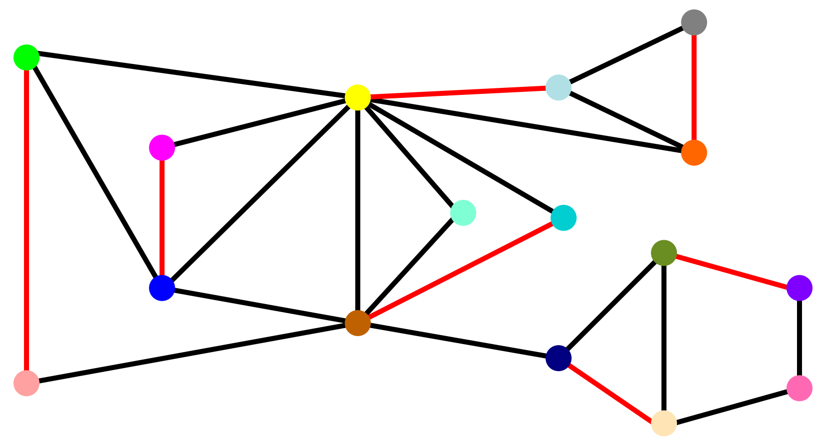


$T = R \cup S$

$\mathcal{S} = \{R,\ S\}$

$\mathcal{P}$ é uma coleção de RS-caminhos disjuntos.

Emparelhamentos

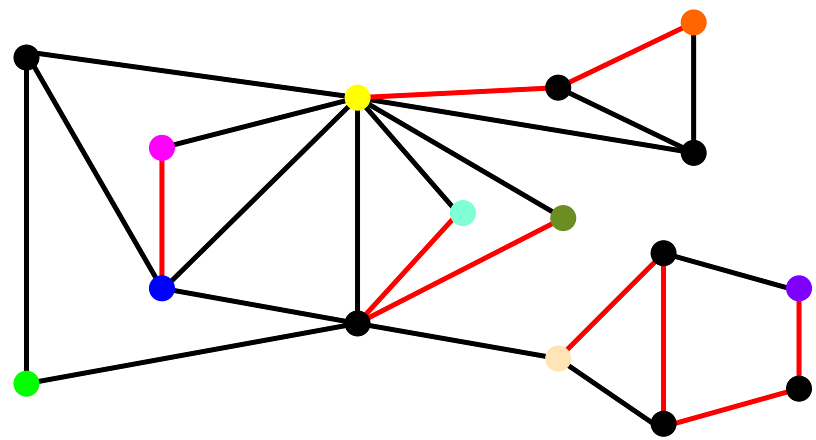


$T = V$

$\mathcal{S} = \{\{v\} : v \in V\}$

$\mathcal{P}$ é um emparelhamento

T-caminhos

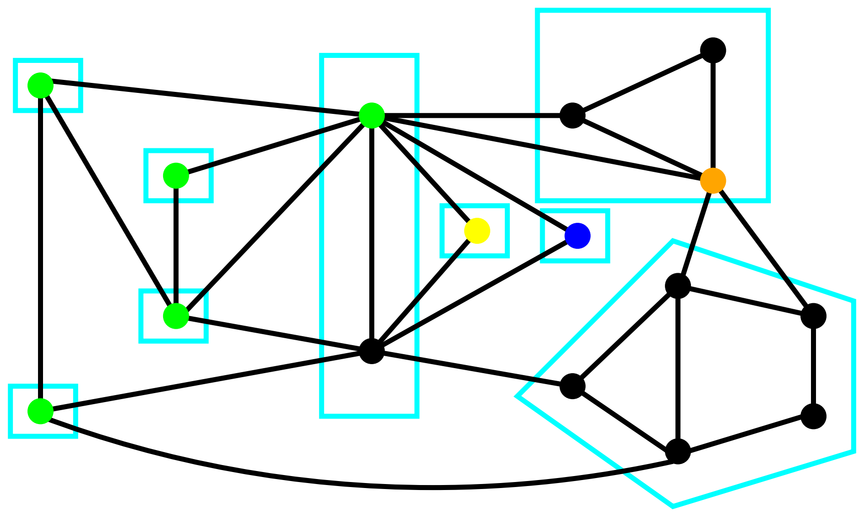


$T \subseteq V$

$\mathcal{S} = \{\{v\} : v \in V\}$

$\mathcal{P}$ é uma coleção de T-caminhos disjuntos.

Teorema de Mader



Para um certo $\mathcal{U}$, temos $|\mathcal{P}| \leq c(\mathcal{U})$.

Teorema de Mader: Se $c(\mathcal{U})$ for mínimo e $|\mathcal{P}|$ for máxima, então $c(\mathcal{U}) = |\mathcal{P}|$.

Algoritmos

- Já existiam algoritmos eficientes para resolver o problema do emparelhamento máximo, empacotamento de RS-caminhos e empacotamento de T-caminhos.
- Apenas recentemente surgiu um algoritmo combinatório eficiente para o problema do empacotamento de $\mathcal{S}$-caminhos.

Para saber mais

Sítios:

- `http://www.linux.ime.usp.br/~oshiro/mac499`
- `http://www.ime.usp.br/~coelho/oticomb`

Endereços eletrônicos:

- `marcio.oshiro@gmail.com`
- `coelho@ime.usp.br`